

EKSAMEN I HSTAT1101, 28. NOVEMBER 2025: LØSNINGSFORSLAG

Knut R. Wangen,

11.12.2025

k.r.wangen@medisin.uio.no

INNLEDNING

Eksamen ble arrangert digitalt på plattformen Inspira og besto av 9 oppgaver. Tre av oppgavene var flervalgsoppgaver der kandidatene måtte velge ett svar blant flere alternativer. De øvrige oppgavene var langvarsoppgaver som måtte besvares med tekst og/eller utregninger.

Svarene på flervalgsoppgavene ble vurdert automatisk mens svarene på langvarsoppgavene ble vurdert skjønnsmessig. Hver av oppgavene ga maksimalt 10 poeng, slik at samlet poengsum var maksimalt 90 poeng.

Følgende sammenheng mellom karakterene (A–F) og poengene [0–90] ble brukt: A: [81, 90], B: [70, 80], C: [50, 69], D: [40, 49], E: [30, 39], F: [0, 29].

Begrunnelser for karakter. Etter at karakterene er kunngjort får kandidatene tilgang til herværende løsningsforslag. I tillegg vil kandidatene ha tilgang til sine oppnådde poeng på de enkelte deloppgavene, ved å logge seg på uio.inspera.no (under flagget “Arkiv”). En kandidats detaljerte oversikt over oppnådde poeng og løsningsforslaget anses som en formell begrunnelse for karakteren, og det vil derfor ikke bli gitt noen annen formell begrunnelse.

Klage på karakter. De formelle reglene for klage på karakter finnes på emnesiden: <http://www.uio.no/studier/emner/medisin/helseadm/HSTAT1101/>

Uformelle tilbakemeldinger. Kandidater som ønsker ytterligere tilbakemeldinger på sin besvarelse oppfordres til å sende undertegnede en e-post for å avtale en uformell samtale. I e-posten bør kandidaten foreslå 2–3 alternative tidspunkter for samtalen, som kan skje per telefon eller Zoom. Samtalene må være i vanlig arbeidstid (kl. 9:00–17:00), foreslås med minst 48 timers varsel, og være i perioden fra 15. desember 2025 til 9. januar 2026. E-posten må også oppgi kandidatens kandidatnummer.

LØSNINGSFORSLAG TIL OPPGAVENE

OPPGAVE 1

$$P(X \geq 12) = 1 - P(X \leq 11) = 1 - 0,9020 \approx 0,10$$

OPPGAVE 2

Vi setter inn i formelen

$$n = \left(\frac{z \cdot \sigma}{ME} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \cdot 105}{3,5} \right)^2 = 3457,44$$

og runder opp til nærmeste heltall, $n = 3458$.

OPPGAVE 3

P-verdien er

$$P(|Z| > 1,78) = P(Z < -1,78) + P(Z > 1,78) = 2 \cdot 0,0375 = 0,075$$

OPPGAVE 4

a) Stilk-og-blad-diagram:

1		2					
2							
3		5	8				
4		1	4	7	8	9	
5		2					

b) Medianen er 44, det midterste av tallene når de er sortert i stigende rekkefølge. Gjennomsnittet er $\bar{x} = (12 + 35 + 38 + 41 + 44 + 47 + 48 + 49 + 52)/9 = 366/9 = 40,7$.

c) Fordelingen er venstreskjev, blant annet på grunn av det lave tallet 12. Dette trekker ned gjennomsnittet og bidrar til at gjennomsnittet er lavere enn medianen. Fordelingen har ikke et typetall (mode), siden ingen verdier forekommer flere ganger.

OPPGAVE 5

Sannsynligheten for at et tilfeldig barn er vaksinert er $p = 0,90$. De binomiske tabellene går bare opp til $p = 0,50$, så vi snur problemet og lar $Y = 15 - X$ være antall ikke-vaksinerte. Da er Y binomisk fordelt med $n = 15$ og $q = 1 - p = 1 - 0,90 = 0,10$.

a) $P(X = 15) = P(Y = 0) = 0,2059$.

b)

$$\begin{aligned} P(X \geq 13) &= P(X = 13) + P(X = 14) + P(X = 15) \\ &= P(Y = 2) + P(Y = 1) + P(Y = 0) \\ &= P(Y \leq 2) = 0,816. \end{aligned}$$

De involverte sannsynlighetene kan også beregnes ved hjelp av formelen for binomiske sannsynligheter (skjermbilder fra Desmos):

$\frac{15!}{13!(15-13)!} \cdot 0.9^{13} \cdot (1-0.9)^{(15-13)}$	$= 0.266895912$
$\frac{15!}{14!(15-14)!} \cdot 0.9^{14} \cdot (1-0.9)^{(15-14)}$	$= 0.3431518868$
$\frac{15!}{15!(15-15)!} \cdot 0.9^{15} \cdot (1-0.9)^{(15-15)}$	$= 0.2058911321$
$0.266896 + 0.343152 + 0.205891$	$= 0.815939$ 

OPPGAVE 6

a) Kortstokken har $n = 52$ kort og vi trekker $x = 5$ kort uten tilbakelegging, uten å bry oss om rekkefølgen kortene trekkes i. Antall mulige kombinasjoner er:

$$C_x^n = C_5^{52} = \frac{52!}{5!47!} = 2\,598\,960.$$

b) “Dødens hånd” består av to sorte ess og to sorte åttetre. Når det femte kortet kan være hvilket som helst av de øvrige kortene, er antall gunstige utfall $52 - 4 = 48$.¹

¹Hvis man ikke tillater at det femte kortet er et rødt ess eller en rød åtter, er det $52 - 4 - 4 = 44$ gunstige utfall. Sannsynligheten blir da $44/2\,598\,960 = 11/649\,740 \approx 1,69 \cdot 10^{-5}$.

Sannsynligheten er gitt ved antall gunstige delt på antall mulige:

$$P = \frac{48}{\binom{52}{5}} = \frac{48}{2.598.960} = \frac{1}{54.145} \approx 0,0000185 = 1,85 \cdot 10^{-5}.$$

OPPGAVE 7

La R være hendelsen at det regner, og F hendelsen at toget er forsinket. Vi har $P(R) = 0,24$, $P(F) = 0,17$ og $P(F|R) = 0,21$.

a) $P(R \cap F) = P(F|R) \cdot P(R) = 0,21 \cdot 0,24 = 0,0504$.

b) Sannsynlighetene vi nå kjenner, kan settes inn i en tabell:

	F	$\bar{F}$	Sum
R	0,0504	.	0,24
$\bar{R}$	.	.	.
Sum	0,17	.	1

Sannsynligheten for regn gitt togforsinkelse $P(R|F) = \frac{P(R \cap F)}{P(F)} = \frac{0,0504}{0,17} \approx 0,2965$.

c) Begivenhetene er uavhengige hvis og bare hvis $P(R \cap F) = P(R) \cdot P(F)$. Vi har at $P(R \cap F) = 0,0504$ og at $P(R) \cdot P(F) = 0,24 \cdot 0,17 = 0,0408$. Begivenhetene er dermed ikke uavhengige.²

OPPGAVE 8

Nullhypotesen er $H_0 : \sigma^2 = 1200^2$ (variansen er uendret), og alternativhypotesen er $H_1 : \sigma^2 > 1200^2$ (variansen har økt). Vi velger et $\alpha = 5\%$ signifikansnivå.

Testobservatoren er

$$\chi_{obs}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{24 \cdot 1500^2}{1200^2} = 37,5$$

Med $n-1 = 24$ frihetsgrader og 5% signifikansnivå, er den kritiske verdien $\chi_{0,05;24}^2 = 36,415$. Siden $37,5 > 36,415$ forkaster vi nullhypotesen. Resultatet tyder på at variansen i årlige behandlingskostnader per pasient har økt etter omorganiseringen.

²Dette kan også sees direkte fra oppgaveteksten ved at $P(F) \neq P(F|R)$.

OPPGAVE 9

Nullhypotesen er $H_0 : p_1 = p_2$ og alternativhypotesen er $H_1 : p_1 \neq p_2$. Under H_0 kan vi bruke fellesestimatoren (pooled estimator) for andelen som utvikler symptomet:

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{39 + 58}{278 + 241} = 0.1868978805.$$

Vi observerer at andelen som fikk symptomet var lavere i gruppen som fikk ny behandling ($39/278 \approx 0,140$) enn i gruppen som fikk standardbehandling ($58/241 = 0,241$).

Testobservatoren er tilnærmet standard normalfordelt

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \\ &= \frac{\frac{39}{278} - \frac{58}{241}}{\sqrt{0.1868978805(1 - 0.1868978805) \left(\frac{1}{278} + \frac{1}{241} \right)}} \approx -2,93. \end{aligned}$$

Den tosidige p-verdien $P(|Z| > 2,93) = 2 \cdot 0,0017 = 0,0034 = 0,34\%$. Dette betyr at vi vil forkaste H_0 på alle vanlige signifikansnivå. Resultatene tyder på at behandlingene har ulik effekt.